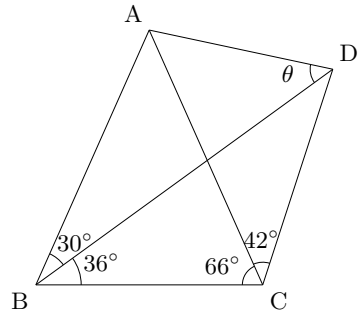
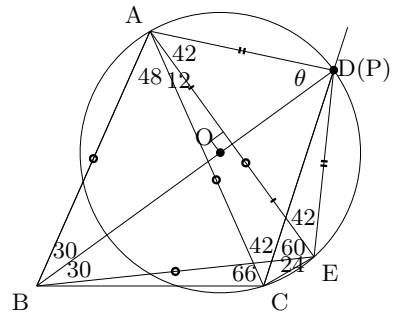
【整角四角形 $Q(30,\ 36,\ 66,\ 42)$】

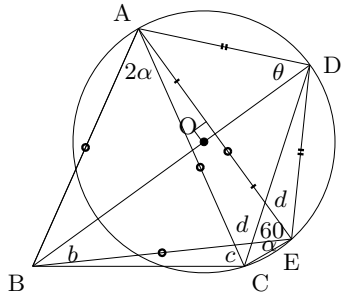
図の θ の角度を求めよ。



【解答】図において，単位 (°) は省略する。



線分 AB に関して点 C と同じ側に AB を一辺とする正三角形 ABE を作ると，
$\angle ABC = \angle ACB = 66°$ より $AB = AC = AE$ となり
$\triangle ACE$ は頂角が $12°$ の二等辺三角形である。
$\angle ABD = 30°$ より，線分 BD は線分 AE の垂直二等分線である。
4 点 A, C, E, D が**同一円周上にある**ことを示す。
$\triangle ACE$ の外接円と直線 CD との交点を P とする。
四角形 AECP は円に内接し，$\angle AEP = \angle ACP = 42°$ ……①
$\angle CEP = \angle CEA + \angle AEP = (24° + 60°) + 42° = 126°$ より
$\angle CAP = 180° - 126° = 54°$
$\angle EAP = 54° - 12° = 42°$ ……②
①, ② より $\angle AEP = \angle EAP$
よって，$\triangle PAE$ は $PA = PE$ の二等辺三角形であり，
点 P は AE の垂直二等分線上にある。つまり，点 P は直線 BD 上にある。
点 P は直線 CD と直線 BD の交点であるから，点 D と一致する。
したがって，4 点 A, C, E, D は同一円周上にある。
$AE \perp BD$ より $\theta = 90° - 42° = \mathbf{48°}$



【予備知識】四角形 ACED が円に内接する条件

図のように正三角形 ABE を作る。
一般に，$a = 30°,\ c = b + 30°,\ d = 60° - \dfrac{b}{2}$
の関係が成り立つとき，$\boldsymbol{\theta = 90° - d}$ ただし，$30° < b < 60°$

a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e
30	32	62	44	46	30	42	72	39	51	30	52	82	34	56
30	34	64	43	47	30	44	74	38	52	30	54	84	33	57
30	36	66	42	48	30	46	76	37	53	30	56	86	32	58
30	38	68	41	49	30	48	78	36	54	30	58	88	31	59
30	40	70	40	50	30	50	80	35	55					