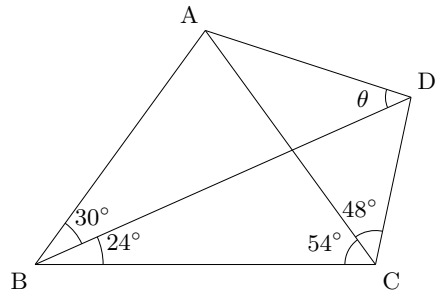
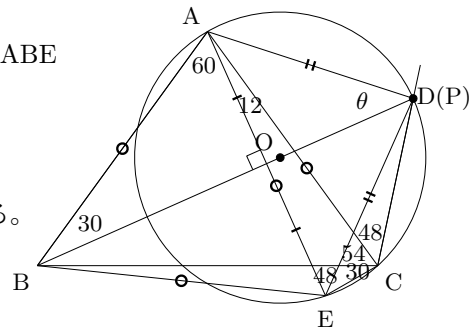
【整角四角形 $Q(30,\ 24,\ 54,\ 48)$】

図の θ の角度を求めよ。



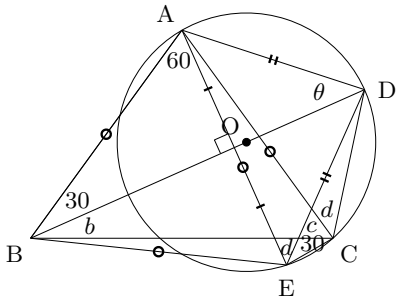
【解答】図において，単位 (°) は省略する。



線分 AB に関して点 C と同じ側に AB を一辺とする正三角形 ABE を作ると，
$\angle ABC = \angle ACB = 54°$ より $AB = AC = AE$ となり
△ACE は頂角が 12° の二等辺三角形である。
$\angle ABD = 30°$ より，線分 BD は線分 AE の垂直二等分線である。
4 点 A, E, C, D が**同一円周上にある**ことを示す。
△ACE の外接円と直線 CD との交点を P とする。
四角形 AECP は円に内接し，
$\angle ECP = \angle ECA + \angle ACP = (30° + 54°) + 48° = 132°$ より
$\angle EAP = 180° - 132° = 48°$ ……①
円周角の定理より，
$\angle AEP = \angle ACP = 48°$ ……②
①, ② より $\angle AEP = \angle EAP$
よって，△PAE は $PA = PE$ の二等辺三角形であり，
点 P は AE の垂直二等分線上にある。つまり，点 P は直線 BD 上にある。
点 P は直線 CD と直線 BD の交点であるから，点 D と一致する。
したがって，4 点 A, E, C, D は同一円周上にある。
$AE \perp BD$ より $\theta = 90° - 48° = \mathbf{42°}$

【予備知識】四角形 AECD が円に内接する条件

図のように正三角形 ABE を作る。
一般に，$a = 30°,\ c = b + 30°,\ d = 60° - \dfrac{b}{2}$
の関係が成り立つとき，$\boldsymbol{\theta = 90° - d}$ ただし，$b < 30°$



a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e
30	2	32	59	31	30	12	42	54	36	30	22	52	49	41
30	4	34	58	32	30	14	44	53	37	30	24	54	48	42
30	6	36	57	33	30	16	46	52	38	30	26	56	47	43
30	8	38	56	34	30	18	48	51	39	30	28	58	46	44
30	10	40	55	35	30	20	50	50	40					