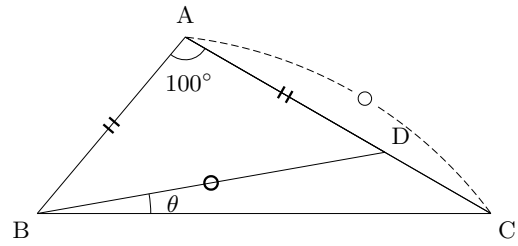
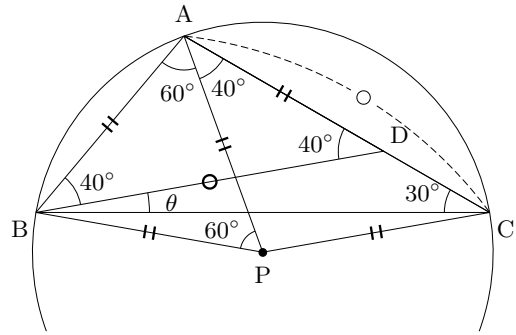
【角度の問題】問題 18

△ABC で ∠BAC = 100°, AB = AD, AC = BD のとき
∠DBC を求めよ。

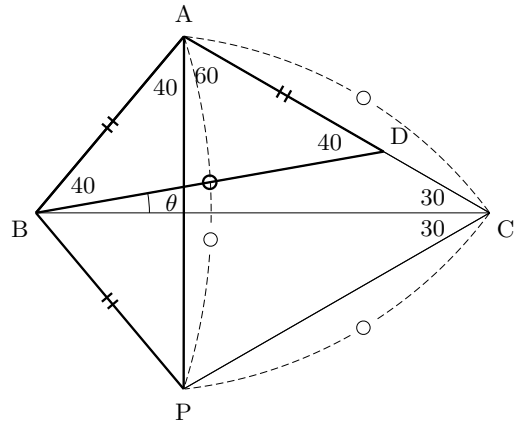


https://detail.chiebukuro.yahoo.co.jp/qa/question_detail/q11312798221?post=2

【求め方 1 】
AB = AD より ∠ABD = ∠ADB = 40°
AC = BD であるから，右図のように辺 AC から見て点 B と同じ側に △ABD と合同な △PAC を作ることができる。
∠BAP = ∠BAC − ∠PAC = 100° − 40° = 60°
AB = AP であるから △ABP は**正三角形**である。
よって，PB = PA = PC であるから，点 P は △ABC の**外心**である。
円周角の定理より ∠ACB = $\frac{1}{2}$∠APB = 30°
△BCD の内角と外角の関係より
θ = ∠DBC = ∠ADB − ∠ACB = 40° − 30° = **10°**



【求め方 2 】図において，単位 (°) は省略する。
図のように正三角形 ACP を作ると
△BAP と △ABD は
BA = AB, AP = BD, ∠BAP = ∠ABD = 40°
2 辺狭角相等であるから合同である。
したがって，△BAP は BA = BP の二等辺三角形である。
また，CA = CP であるから △ABC ≡ △PBC
∠ACB = $\frac{1}{2}$∠ACP = 30°
△BCD の内角と外角の関係より
θ = 40° − 30° = **10°**



【求め方 3 】図は【求め方 2 】と同じ。
三角形 ABD と合同な三角形 BAP を作ると
∠PAC = 100° − 40° = 60°
AP = BD = AC より △ACP は正三角形となる。