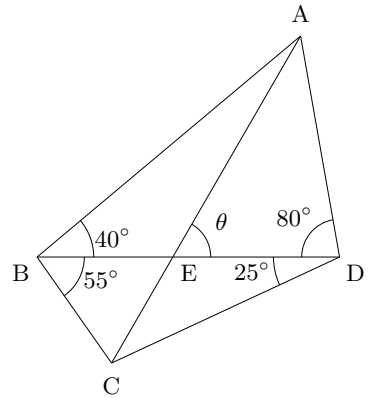


【角度の問題】 問題 12

問 図のような四角形 ABCD で、 $\angle AED$ を求めよ。



【求め方】

$\triangle BCD$ の外心を O とすると、 O が線分 AC 上にあることを示す。

$$OB = OC = OD$$

円周角と中心角の関係より

$$\angle BOC = 2\angle BDC = 50^\circ$$

$$\angle COD = 2\angle CBD = 110^\circ$$

$$\angle DBO = \angle BDO = \frac{1}{2} \{180^\circ - (50^\circ + 110^\circ)\} = 10^\circ$$

直線 BA と CO の交点を P とすると

$$\angle POB = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\angle POD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

線分 PB に関して点 O と対称な点を Q とすると

$\triangle BOQ$ と $\triangle POQ$ はそれぞれ

$BO = BQ$, $PO = PQ$ の二等辺三角形である。

$$\angle OBQ = 2\angle OBP = 2(40^\circ - 10^\circ) = 60^\circ$$

であるから、 $\triangle BOQ$ は正三角形である。

ゆえに、 $OQ = OB = OD$

また、 $\angle POQ = 130^\circ - 60^\circ = 70^\circ$ より $\triangle POD \equiv \triangle POQ$ である。

$$\angle PDO = \angle POD = 70^\circ$$

$$\angle POD = \angle PDO + \angle BDO = 70^\circ + 10^\circ = 80^\circ$$

であるから、点 P は問題の図の点 A と一致し、点 O は線分 AC 上にある。

$$\angle AED = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ$$

