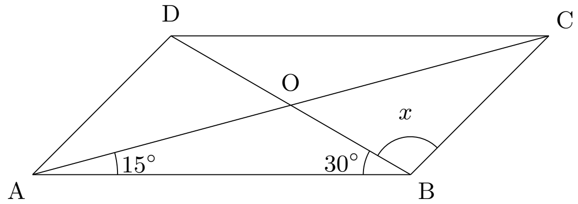
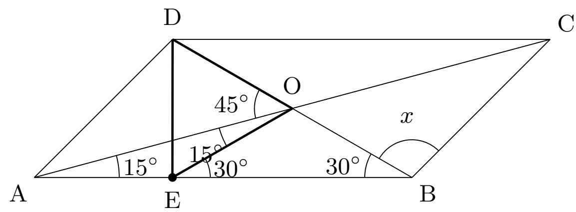
【角度の問題】問題 7

平行四辺形 ABCD で $\angle \mathrm{DBC}$ を求めよ。



〔講談社　ブルーブックス「数学 パズルランド」〕

【解答 1】



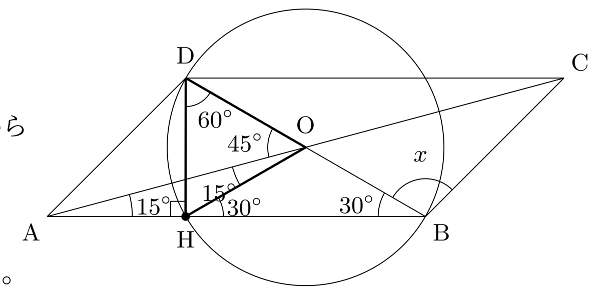
線分 AB 上に $\angle \mathrm{AOE} = 15^\circ$ となる点 E をとると
15°, 30° の関係から,

$$\mathbf{AE = EO = OB = OD}$$

$\angle \mathrm{EOD} = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$ より $\triangle \mathrm{EOD}$ は
正三角形である。よって $\mathrm{AE} = \mathrm{DE}$
また $\angle \mathrm{AED} = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ$ より
$\triangle \mathrm{AED}$ は $\mathrm{AE} = \mathrm{DE}$ の直角二等辺三角形である。

$$\therefore\ \angle \mathbf{DBC} = \angle \mathrm{ODA} = 60^\circ + 45^\circ = \mathbf{105^\circ}$$

【解答 2】



点 D から線分 AB に垂線 DH を引くと,
点 O が直角三角形 BDH の斜辺 BD の中点であるから
点 O は直角三角形 BDH の外心である。
よって $\mathrm{OH} = \mathrm{OD} = \mathrm{OB}$
$\angle \mathrm{BDH} = 60^\circ$ より $\triangle \mathrm{ODH}$ は正三角形である。
$\angle \mathrm{AOH} = \angle \mathrm{DOH} - \angle \mathrm{DOA} = 60^\circ - (15^\circ + 30^\circ) = 15^\circ$
ゆえに $\mathbf{AH = OH = DH}$
$\triangle \mathrm{AHD}$ は直角二等辺三角形である。

$$\therefore\ \angle \mathbf{DBC} = \angle \mathrm{ODA} = 60^\circ + 45^\circ = \mathbf{105^\circ}$$

一般に，平行四辺形 ABCD で

$$\angle \mathrm{ABD} = 2\angle \mathrm{BAC}$$ の関係が成り立つとき,

線分 AB 上に $\angle \mathrm{AOE} = \angle \mathrm{BAC}$ となる点 E をとると

$$\angle \mathrm{AED} = 90^\circ$$ となる。