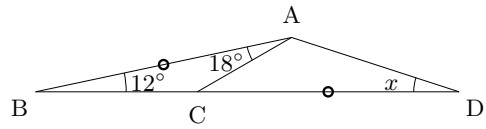
【角度の問題】問題 $4''''$

問 図のように三角形 ABD があり，AB と CD の長さが等しいとき，∠ADC を求めなさい。

1993 年算数オリンピック・決勝・問題 4 の類題 4



【解答】

正五角形の中に現れる頂角が $36°$ の二等辺三角形

図において，単位 (°) は省略する。

点 B から直線 AC に下ろした垂線の足を H とする。

$\angle BCH = 18° + 12° = 30°$ より $\angle CBH = 60°$

$\angle ABH = 12° + 60° = 72°$

図のように，正三角形 BCP と BDQ を作る。

$AB = CD = a$, $BC = b$ とすると

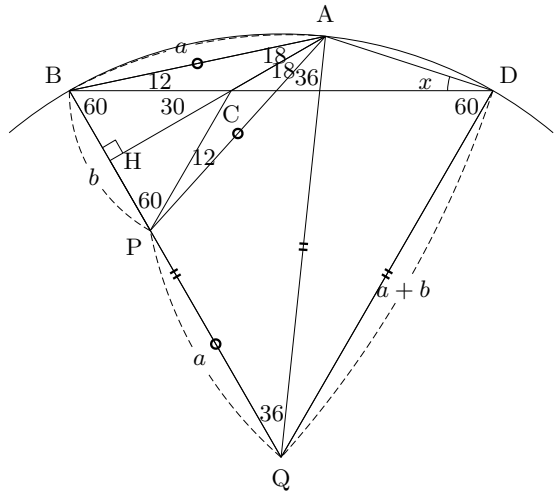
$QB = QD = BD = a + b$

$BP = BC = b$ より $PQ = a$

$\triangle APH \equiv \triangle ABH$ より $AP = AB = a = PQ$

$\angle AQP = \angle QAP = \dfrac{1}{2}\angle APB = \dfrac{1}{2} \cdot 72° = 36°$

$\angle QAB = \angle QBA = 72°$ だから $QA = QB = QD$

点 Q は $\triangle ABD$ の外心である。

$x = \angle ADB = \dfrac{1}{2}\angle AQB = \dfrac{1}{2} \cdot 36° = \mathbf{18°}$