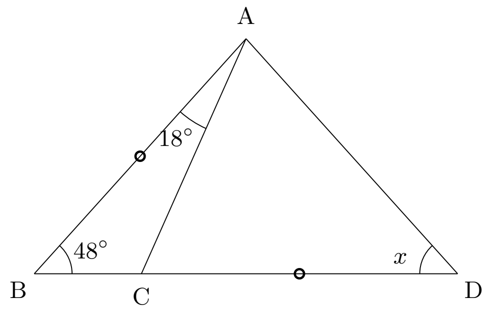
【角度の問題】問題 $4'''$

$\boxed{\text{問}}$ 図のように三角形 ABD があり，AB と CD の長さが等しいとき，∠ADC を求めなさい。

1993 年算数オリンピック・決勝・問題 4 の類題 3



【解答】

AB = CD であるから，三角形 ABC と合同な三角形 DCE を図のように作ると，

∠ACE = ∠ACD + ∠DCE = (48° + 18°) + 48° = 114°

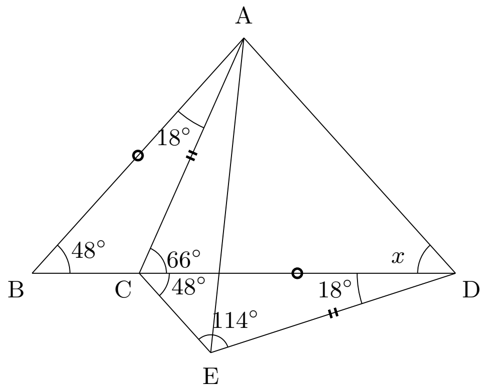
∠DEC = 180° − (48° + 18°) = 114°

よって，∠ACE = ∠DEC，AC = DE が成り立つから，

四角形 ACED は AD // CE の等脚台形である。

(三角形 ACE と三角形 DEC は 2 辺とその間の角が，それぞれ等しいので合同である。)

錯角が等しいので，∠CDA = ∠DCE = **48°**



別解

三角形 ABC と合同な三角形 CEA を図のように作ると，

四角形 ABCE は平行四辺形となる。

よって ∠DCE = ∠AEC = ∠DBA = 48°

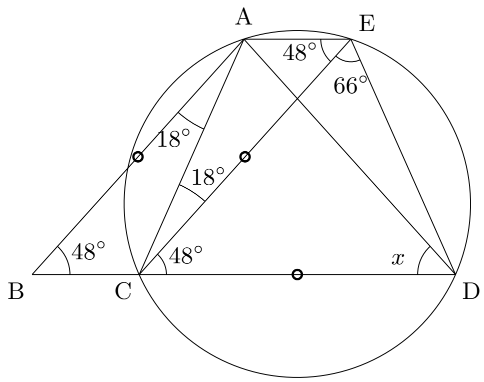
△DCE は CD = CE の二等辺三角形であるから，

$\angle\mathrm{CED} = \angle\mathrm{CDE} = \dfrac{1}{2}(180° - 48°) = 66°$

∠ACD + ∠AED = (18° + 48°) + (48° + 66°) = 180°

よって，四角形 ACDE は円に内接する。

∠ADC = ∠AEC = **48°**



原図 ∠A = 84° の二等三角形 ABC がある。

辺 BC 上に CP = CA となる点 P をとると，

$\angle\mathrm{CAP} = \angle\mathrm{CPA} = \dfrac{1}{2}(180° - 48°) = 66°$

AB = PC，∠BAP = 84° − 66° = (66° − 48°) = 18°

となり条件を満たす図形ができる。