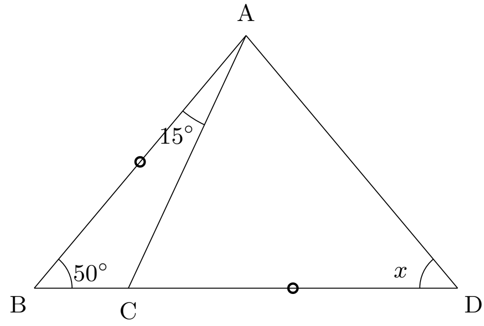
【角度の問題】問題 $4''$

問 図のように三角形 ABD があり，AB と CD の長さが等しいとき，∠ADC を求めなさい。

1993 年算数オリンピック・決勝・問題 4 の類題 2



【解答】

AB = CD であるから，三角形 ABC と合同な三角形 DCE を図のように作ると，

$\angle\mathrm{ACE} = \angle\mathrm{ACD} + \angle\mathrm{DCE} = (50^\circ + 15^\circ) + 50^\circ = 115^\circ$

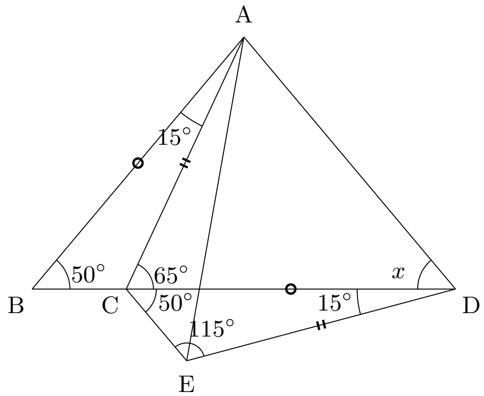
$\angle\mathrm{DEC} = 180^\circ - (50^\circ + 15^\circ) = 115^\circ$

よって，∠ACE = ∠DEC，AC = DE が成り立つから，

四角形 ACED は AD // CE の等脚台形である。

(三角形 ACE と三角形 DEC は 2 辺とその間の角が，それぞれ等しいので合同である。)

錯角が等しいので，∠CDA = ∠DCE = **50°**



別解

三角形 ABC と合同な三角形 CEA を図のように作ると，

四角形 ABCE は平行四辺形となる。

よって ∠DCE = ∠AEC = ∠DBA = 50°

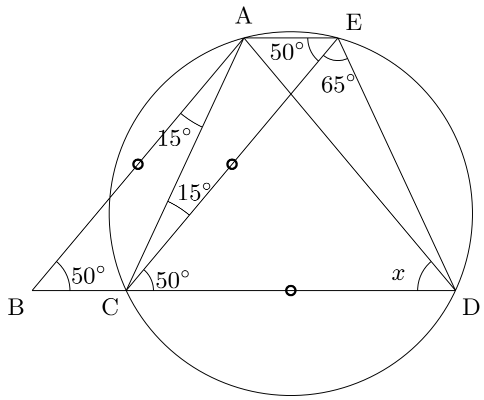
△DCE は CD = CE の二等辺三角形であるから，

$\angle\mathrm{CED} = \angle\mathrm{CDE} = \dfrac{1}{2}(180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$

$\angle\mathrm{ACD} + \angle\mathrm{AED} = (15^\circ + 50^\circ) + (50^\circ + 65^\circ) = 180^\circ$

よって，四角形 ACDE は円に内接する。

∠ADC = ∠AEC = **50°**



原図 ∠A = 80° の二等三角形 ABC がある。

辺 BC 上に CP = CA となる点 P をとると，

AB = PC，∠BAP = 80° − 65° = 15°

となり条件を満たす図形ができる。