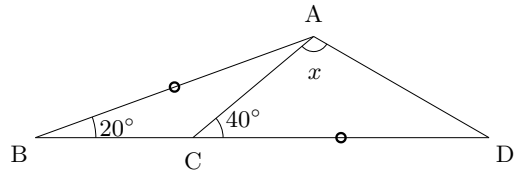


【角度の問題】問題 4'

問 図のように三角形 ABD があり、AB と CD の長さが等しいとき、 $\angle CAD$ を求めなさい。

1993 年算数オリンピック・決勝・問題 4 の類題



【解答】

$\angle CAB = \angle CBA = 20^\circ$ より $CA = CB$ である。

$AB = CD$ であるから、 $\triangle ABC$ と合同な $\triangle CDE$ を図のように作ると、

$\angle ACE = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$ 、 $CA = CE$ より

$\triangle CAE$ は正三角形である。

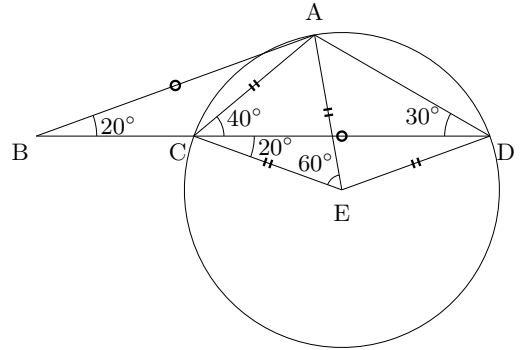
$EA = EC = ED$ より点 E は $\triangle ACD$ の外心である。

円周角の定理により

$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AEC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

したがって

$$\angle CAD = 180^\circ - (40^\circ + 30^\circ) = \mathbf{110^\circ}$$



別解

$$\angle CAD = \frac{1}{2} (360^\circ - \angle CED) = \frac{1}{2} (360^\circ - 140^\circ) = \frac{1}{2} \times 220^\circ = \mathbf{110^\circ}$$