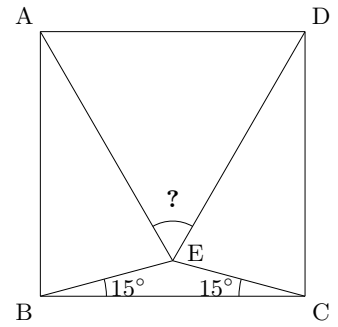


【角度の問題】 問題 3

問 四角形 ABCD は正方形です。図の? ($\angle AED$) の角度を求めて下さい。



【求め方 1】

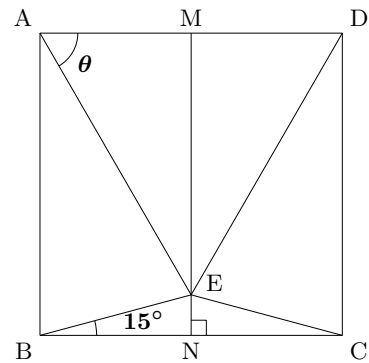
一辺の長さを 1 とし, AD, BC の中点をそれぞれ M, N とする。

また, $\angle MAE = \theta$ とすると,

$$\begin{aligned} EN = BN \tan 15^\circ &= \frac{1}{2} \tan(45^\circ - 30^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{2 - \sqrt{3}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$EM = 1 - EN = 1 - \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{EM}{AM} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

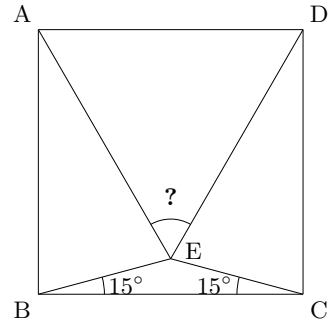


$0^\circ < \theta < 90^\circ$ から, $\theta = 60^\circ$, かつ $EA=ED$ であるから,

$\triangle EAD$ は正三角形 $\therefore ? = 60^\circ$

【角度の問題】 問題 3

問 四角形 ABCD は正方形です。図の? ($\angle AED$) の角度を求めて下さい。



【求め方 2】

図のように正三角形 APD を作ると、

$$AB = AP, \angle BAP = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

より

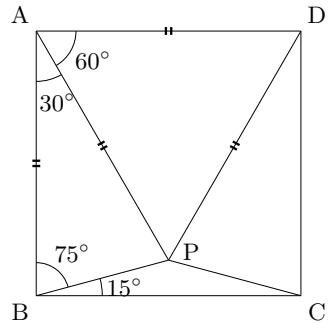
$$\angle ABP = 75^\circ$$

したがって

$$\angle PBC = 15^\circ$$

同様に、 $\angle PCB = 15^\circ$

ゆえに、点 P は問題の点 E と一致する。よって、 $? = 60^\circ$



【求め方 3】

図のように正三角形 BPC を作ると、 $\triangle BAE$ と $\triangle BPE$ は

$$BA = BP$$

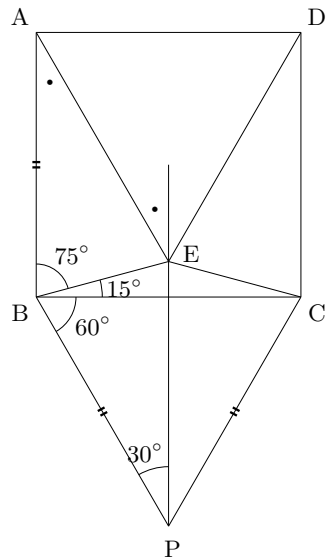
BE は共通

$$\angle EBA = \angle EBP = 75^\circ$$

より $\triangle BAE \cong \triangle BPE$

ゆえに $\angle BAE = \angle BPE = 30^\circ$

したがって、 $? = 2 \times \angle BAE = 60^\circ$



【求め方 4】

$\triangle ABE$ の内部に $\triangle EBC$ と合同な $\triangle PAB$ を作ると、 $\triangle PBE$ は正三角形になる。

$$\angle APE = 360^\circ - (60^\circ + \angle APB) = 150^\circ = \angle APB$$

PA = PE だから $\triangle APE \cong \triangle APB$

AE = DE = AD より $\triangle AED$ も正三角形になる。

したがって、 $? = 60^\circ$

