

正多面体を塗る方法

1

- (1) 正八面体の 8 個の面を, 8 色の絵の具をすべて使って塗り分けるとき, 何通りの塗り分け方があるか。
- (2) 正四面体の 4 個の面を, 4 色の絵の具をすべて使って塗り分けるとき, 何通りの塗り分け方があるか。
- (3) 正二十面体の 20 個の面を, 20 色の絵の具をすべて使って塗り分けるとき, 何通りの塗り分け方があるか。

【解答】

(1) まず上を向いている面のいずれか 1 つに 1 色を塗り, 固定して考える。残りの 7 面の塗り方は 7! (通り)。



固定した面とそれに隣り合う 3 つの平面だけの展開図をかくと, 固定した面の中心を中心として 120° ずつ回転すると同じものが表れる。よって, 求める場合の数は $\frac{7!}{3} = 1680$ (通り)

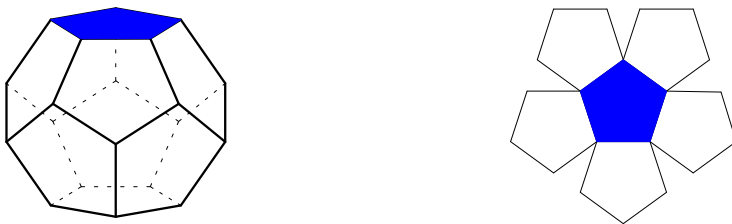
(2), (3) は (1) と同様に, 固定した面の中心を中心として 120° ずつ回転すると同じものが表れる。



よって, 正四面体の場合は $\frac{3!}{3} = 2$ (通り), 正二十面体の場合は $\frac{19!}{3} = 40548366802944000$ (通り)

2 正十二面体の 12 個の面を, 12 色の絵の具をすべて使って塗り分けるとき, 何通りの塗り分け方があるか。

【解答】まず上を向いている面に 1 色を塗り, 固定して考える。残りの 11 面の塗り方は 11! (通り)。



固定した面とそれに隣り合う 5 つの平面だけの展開図をかくと, 固定した面の中心を中心として 72° ずつ回転すると同じものが表れる。よって, 求める場合の数は $\frac{11!}{5} = 7983360$ (通り)

3 正六面体の 6 個の面を, 6 色の絵の具をすべて使って塗り分けるとき, 何通りの塗り分け方があるか。

【解答】まず上を向いている面に 1 色を塗り, 固定して考える。残りの 5 面の塗り方は 5! (通り)。

固定した面とそれに隣り合う 4 つの平面だけの展開図をかくと, 固定した面の中心を中心として 90° ずつ回転すると同じものが表れる。

よって, 求める場合の数は $\frac{5!}{4} = 30$ (通り)