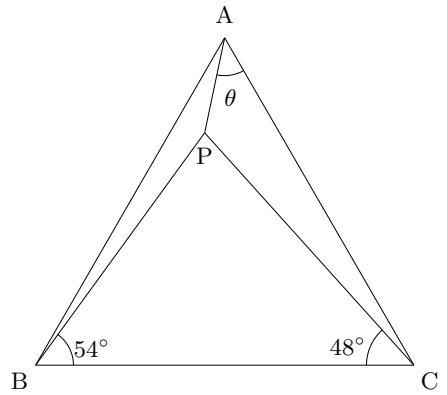


整角三角形 T(6,54,48,12)

問 正三角形 ABC の内部に点 P を
 $\angle PBC = 54^\circ$, $\angle PCB = 48^\circ$
 となるようにとるとき、 $\angle PAC$ の大きさを求めよ。



CP 上に $\angle CAQ = 12^\circ$ となるように点 Q をとり、
 AQ を一辺とする正三角形の頂点を R とする。
 $\angle PQA = 2\angle PCA = 24^\circ$ より、 $\angle PQR = 60^\circ - 24^\circ = 36^\circ$
 $QC = QR$ より $\angle QCR = \frac{1}{2}\angle PQR = 18^\circ$
 $\angle ACR = 12^\circ + 18^\circ = 30^\circ$ より $\angle BCR = 30^\circ$
 2 辺と夾角相等より $\triangle ACR \equiv \triangle BCR$
 $AB \perp CR$ より $\angle BRC = 90^\circ - 12^\circ = 78^\circ = \angle BPC$
 2 点 R, P は直線 BC に関して同じ側にあるから
 四角形 BRPC は円に内接する。

$\angle RPB = \angle RCB = 30^\circ$
 $\angle PRQ = 180^\circ - (30^\circ + 78^\circ + 36^\circ) = 36^\circ$
 $\angle PRQ = \angle PQR$ より $PR = PQ$
 3 辺相等より $\triangle APR \equiv \triangle APQ$
 $\angle PAQ = \frac{1}{2}\angle BAQ = 30^\circ$
 $\angle PAC = \angle PAQ + \angle QAC = 30^\circ + 12^\circ = 42^\circ$

