

第1問 (必答問題)(配点 40)

[1]  $a$  を実数とし、 $x$  の2次関数

$$y = (a^2 + 1)x^2 + (2a - 3)x - 3$$

のグラフを  $C$  とする。

(1) グラフ  $C$  が点  $(-1, 0)$  を通るとする。このとき、 $a =$   であり、グラフ  $C$  と  $x$  軸との交点は  $(-1, 0)$  と  $(\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}, 0)$  である。また、 $x$  が  $0 \leq x \leq 3$  の範囲であるとき、この2次関数の最小値は  $\frac{\text{エオカ}}{\text{キ}}$  であり、最大値は  である。

(2) グラフ  $C$  が  $x$  軸の  $x \geq 3$  の部分の1点を通るような  $a$  の範囲は

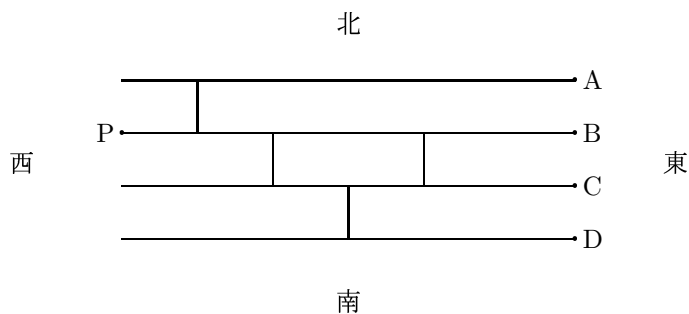
$$\text{コサ} \leq a \leq \frac{\text{シ}}{\text{ス}}$$

である。

[2] 東西に延びる道路が南北の結ばれている図のような街路がある。ある人が地点  $P$  から東に向かって出発し、以下の約束 (a), (b) に従い、この街路を進み、地点  $A, B, C, D$  のいずれかに到達するものとする。

(a) 西から分かれ道に至ったときは、さいころを振り、3 または 6 の目が出た場合は東に進み、他の目が出た場合は南北の道へ進むものとする。

(b) 北または南から分かれ道に至ったときには、東へ進むものとする。



(1)  $A$  に到達する確率は  $\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$  である。

(2)  $D$  に到達する確率は  $\frac{\text{タ}}{\text{チツ}}$  である。

(3)  $B$  または  $C$  に到達する確率は  $\frac{\text{テ}}{\text{トナ}}$  である。

(4)  $A, B, C, D$  に到達するとき、それぞれ 200 円, 1800 円, 1800 円, 900 円の賞金を受け取るものとする。このとき、受け取る賞金の期待値は  円である。

第2問 (必答問題)(配点 40)

[1]  $k$  を実数とし、 $x$  の整式  $A, B, Q$  を

$$A = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 5x - 4k^2 + 2k + 10$$

$$B = x^2 + x - 2k - 3$$

$$Q = x^2 + x + 2k - 3$$

とする。さらに、 $R = A - BQ$  とおく。このとき

(1)  $R = x + 2k +$   となる。また、 $B$  を  $R$  で割ったときの商は  $x -$    $k$ , 余りは   $k^2 -$   となる。

(2)  $B$  が  $R$  で割り切れるための必要十分条件は  $k = \pm \frac{\sqrt{\text{オ}}}{\text{カ}}$  である。

(3)  $k = \frac{1}{2}$  のとき、 $Q$  を  $R$  で割った余りは  である。

(4)  $k = \pm \frac{\sqrt{\text{オ}}}{\text{カ}}$  であることは、 $A$  が  $R$  で割り切れるための 。(  に当てはまるものを、次の①～④のうちから選べ。)

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが、必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

[2] 四角形  $ABCD$  は、円  $O$  に内接し、

$$AB = 3, BC = CD = \sqrt{3}, \cos \angle ABC = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

とする。このとき

$$AC = \text{ケ}, AD = \text{コ}$$

であり、円  $O$  の半径は  $\frac{\text{サ} \sqrt{\text{シス}}}{11}$  である。また、 $\triangle ABC$  の面積を  $S_1$ ,  $\triangle BCD$  の面積を  $S_2$  とすると

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$$

第3問 (選択問題)(配点 20)

数列  $\{a_n\}$  は初項  $a_1$ , 公差  $d$  の等差数列で  $a_{13} = 0$  とし、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とおく。また、数列  $\{b_n\}$  は初項  $a$ , 公比  $r$  の等比数列とし、 $b_3 = a_{10}$  とする。ただし、 $a$  と  $r$  は正の数とする。

(1) このとき、 $a +$    $d = 0$  である。また、 $r = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$  である。

(2)  $S_n < 0$  となるような  $n$  のうちで最小のものは  である。

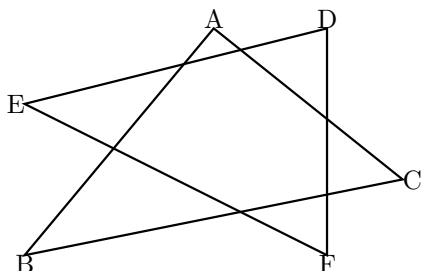
(3)  $S_{10} = 25$  のとき、 $a =$   であり、 $\sum_{k=1}^n b_k = \frac{\text{クケ}}{\text{コ}}$  となる。

第4問 (選択問題)(配点 20)

平面上に二つの合同な三角形  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  があり, その頂点はこの順に対応し, 次の条件を満たしている。(図を参照)

- (a) どちらの三角形の3頂点も, もう一方の三角形の外側にある。
- (b) 頂点 D は直線 AC に関して頂点 B の反対側にあり, 頂点 E は直線 AB に関して頂点 C の反対側にあり, 頂点 F は直線 BC に関して頂点 A の反対側にある。

このとき, ある点 G を中心とする回転移動により  $\triangle DEF$  を  $\triangle ABC$  に, この順に頂点に対応するようにして, 移すことができることを示そう。



次の文章中の **アイ**, **ウエ**, **カキク** と **ケコサ** に当てはまるものを, 記号 A~G のうちから選べ。(アとイ, ウとエ, ケとサは, それぞれ解答の順序を問わない。)

ここでは, 直線 AD と直線 CF が平行でない場合を考えてみよう。

- (1) 点 G を中心とする回転移動により  $\triangle DEF$  が  $\triangle ABC$  に移ったとすると, D が A に移るのだから  $AG = \text{アイ}$ , 同じく  $CG = \text{ウエ}$  である。ゆえに G は **オ** でなくてはならない。( **オ** に当てはまるものを, 次の①~④のうちから選べ。)

- ① 直線 AC と直線 DF の交点
- ② 線分 AC の垂直 2 等分線と線分 DF の垂直 2 等分線の交点
- ③ 直線 AD と直線 CF の交点
- ④ 線分 AD と垂直 2 等分線と線分 CF の垂直 2 等分線の交点

- (2) 逆に, G が **オ** であると,  $AG = \text{アイ}$ ,  $CG = \text{ウエ}$  で, さらに  $AC = DF$  だから, 対応する3辺が等しく,  $\triangle DFG = \triangle \text{カキク}$  で, このとき頂点 D は頂点 **カ** に, 頂点 G は頂点 **キ** に, 頂点 F は頂点 **ク** にそれぞれ対応している。したがって, 点 G のまわりに角  $\angle \text{ケコサ}$  だけ回転移動すれば  $\triangle DGF$  は  $\triangle \text{カキク}$  に移される。こうして  $\triangle DEF$  は  $\triangle ABC$  に移されることがわかる。

第5問 (選択問題)(配点 20)

$B, C$  をある範囲内の整数として, 2 次方程式  $X^2 + BX + C = 0$  について考える。次のプログラムは, 各  $B, C$  に対し, この 2 次方程式が整数の解をもつときは, その解を表示し, もたないときは, 「整数の解なし」と表示するものである。ただし,  $\text{INT}(X)$  は  $X$  をこえない最大の整数を与える関数とする。また,  $K, L, M, N$  には,  $K \leq L$  および  $M \leq N$  を満たす整数を入力するものとする。

```

100 INPUT "K=";K
110 INPUT "L=";L
120 INPUT "M=";M
130 INPUT "N=";N
140 S=0
150 FOR B=K TO L
160   FOR C=M TO N
170     PRINT "B=";B, "C=";C
180     D=B*B-4*C
190     IF D  0 THEN GOTO 
200     E=(-B+SQR(D))/2
210     IF E-INT(E)  0 THEN GOTO 
220     S=S+1
230     PRINT "解 1=";E, "解 2=";E-SQR(D)
240     GOTO 
250     PRINT "整数の解なし"
260   NEXT C
270 NEXT B
280 PRINT S
290 END
    
```

- (1) 上の **ア**, **イ**, **ウ**, **エ** に当てはまる記号または番号を, 次の①~⑨のうちから選び, プログラムを完成せよ。

- ① >    ② <    ③ >=    ④ <=    ⑤ =
- ⑥ 230    ⑦ 240    ⑧ 250    ⑨ 260    ⑩ 270

- (2)  $K, L, M, N$  にそれぞれ 3, 6, 4, 6 を入力すると,

$$\text{オ} \leq B \leq \text{カ} \text{ および } \text{キ} \leq C \leq \text{ク}$$

を満たす整数  $B, C$  に対し, 2 次方程式  $X^2 + BX + C = 0$  が整数解をもつかどうか調べることができる。このとき, 200 行は **ケ** 回, 220 行は **コ** 回実行され, 280 行により画面に表示される  $S$  の値は **サ** である。